Formulario Elettromagnetismo

1. Elettrostatica

Legge di Coulomb: $\vec{F}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}$

Forza elettrostatica tra due cariche puntiformi; ε_0 = costante dielettrica del vuoto; q = cariche (in C); r = distanza (in m).

Campo elettrostatico: $\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_1^2}\vec{u}_1$

Campo e.s. = forza e.s. F che agisce su una carica di prova q_0, divisa per la carica q_0 stessa.
Campo e.s. di un sistema di cariche = somma dei campi e.s. prodotti dalle singole cariche.

Linee di forza del campo e.s.:

- in ogni suo punto tangente e concorde al campo e.s. in quel punto
- si addensano dove l'intensità del campo e.s. è maggiore
- non si incrociano mai, in quanto ogni punto di campo e.s. è definito univocamente e non può avere due direzioni distinte
- hanno origine dalle cariche positive e terminano sulle cariche negative

Forza elettromotrice (f.e.m. del campo elettrico): $f_{em}=\oint \vec{E}\cdot d\vec{s}$

(non è una forza; se campo elettrostatico fem = 0 perchè forza conservativa)

Differenza di potenziale (d.d.p.) elettrostatico: $V_B-V_A=-\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s}$

Relazione tra campo el. e potenziale: $E=-\frac{\Delta V}{\Delta s}$

Legge di Gauss: $\Phi(\vec{E})=\oint \vec{E}\cdot\vec{u}_n\, d\Sigma=\frac{1}{\varepsilon_0}(\Sigma_i q_i)_{\text{int}}=\frac{q}{\varepsilon_0}$

(il flusso del campo e.s. E prodotto da un sistema di cariche attraverso una superficie chiusa è uguale alla somma algebrica delle cariche elettriche contenute all'interno della superficie, divisa per ε_0; si misura in V/m)

Legge di Gauss: $\Phi(\vec{E})=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_\tau dq$

(campo generato da distrib. continua di cariche; τ = volume racchiuso da Σ)

2. Conduttori e correnti

Conduttore in equilibro e.s.: $\vec{E}=0$ (all'interno)

- l'eccesso di carica elettrica di un conduttore può stare solo sulla superficie del conduttore;
- il potenziale elettrostatico è costante su tutto il conduttore;
- il campo elettrostatico in un punto delle vicinanze della superficie del conduttore è perpendicolare alla superficie e ha intensità σ/ε_0, con σ densità di carica superficiale in quel punto.

Teorema di Coulomb: $\vec{E}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{u}_n$ (u perpendicolare alla sup. in quel punto)

Conduttore cavo:

- la carica di un conduttore in equilibrio elettrostatico si distribuisce sempre e soltanto sulla superficie esterna, anche in presenza di una o più cavità all'interno del conduttore;
- il campo elettrostatico è nullo e il potenziale elettrostatico è costante in ogni punto interno alla superficie del conduttore, anche in presenza di cavità.
- il conduttore cavo costituisce uno schermo elettrostatico perfetto tra spazio interno e spazio esterno.

Capacità del condensatore: $C=\frac{q}{\Delta V}$

(dove +q/-q è la carica presente sulle due armature e ΔV la d.d.p. tra le stesse; unità misura F = farad)

Condensatori in parallelo: $C_{eq}=C_1+C_2+...+C_n$

Condensatori in serie: $\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+...+\frac{1}{C_n}$

Energia e.s. immagazzinata: $U_e=\frac{1}{2}C\,\Delta V^2$

Intensità di corrente (istantanea): $i=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{dq}{dt}$

Densità di corrente: $\vec{j}=n_+\,e\,\vec{v}_d$

(n_+ = elettroni / m^3, dipende dal materiale; v_d = velocità di deriva)

Intensità di corrente: $i=\int_{\Sigma}\vec{j}\cdot\vec{u}_n\,d\Sigma$

(unità di misura A = ampere = C / s)

In particolare: $i=j\,\Sigma$, $j=\frac{i}{\Sigma}$

(se superficie ortogonale a j, cioè a v, e j ha lo stesso valore in tutti i punti di Σ)
La densità di corrente è la corrente che attraversa l'unità di superficie perpendicolare alla direzione del moto delle cariche.

Legge di Ohm: $V=Ri$, $R=\frac{V}{i}$, $i=\frac{V}{R}$

(legge di Ohm per i conduttori metallici)

Resistenza del conduttore: $R=\rho\,\frac{h}{\Sigma}$

(ρ = resistività del conduttore = 1 / σ; h = lunghezza; Σ = sezione; unità misura Ω ohm)

Effetti termici: $\rho=\rho_{20}(1+\alpha\,\Delta t)$, $\alpha=\frac{1}{\rho_{20}}\frac{\Delta\rho}{\Delta t}$

(α = coefficiente termico; Δt = diff. di temperatura dai 20°)

Potenza elettrica dissipata: $P=\frac{dW}{dt}=V\,i$

Lavoro per il passaggio di corrente: $W=R\,i^2\,t$

(corrente costante nel tempo; effetto Joule: l'energia necessaria viene assorbita dal conduttore, che si riscalda)

Resistori in serie: $R_{eq}=R_1+R_2+...+R_n$

Resistori in parallelo: $\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+...+\frac{1}{R_n}$

F.e.m. generatore reale: $f_{em} = (r+R)i = R_T i$, $i = \frac{f_{em}}{R+r}$

D.d.p resistenza esterna: $V_A - V_B = Ri = f_{em} - ri$

Legge di Kirchhoff sui nodi: $\sum_{in} i_j = \sum_{out} i_k$

Legge di Kirchhoff sulle maglie: $\sum f_{em\,j} = \sum \Delta V_k = \sum R_k i_k$

3. Magnetismo

Forza di Lorentz: $\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}$

(forza esercitata dal campo magnetico su una particella in movimento; se la particella è ferma non agisce nessuna forza; B = campo magnetico; q = carica sulla particella; v = velocità della particella)

Modulo Forza di Lorentz: $F=qv\ B\, sen\,\theta$

(θ = angolo tra B e v ; la direzione della forza è ortogonale al piano individuato dai vettori v e B, e il verso è determinato dalla "regola della vite" o "regola della mano destra", da v a B; se carica negativa è opposto)

Unità di misura del campo magnetico: T (tesla); G (gauss); 1 G = 10^{-4} T

Seconda legge elem. di Laplace: (1) $d\vec{F}=i\, d\vec{s}\times\vec{B}$ (2) $\vec{F}=i\int_P^Q d\vec{s}\times\vec{B}$ (3) $\vec{F}=i\vec{l}\times\vec{B}$

(1 = forza su un tratto infinitesimo di filo con corrente; 2 = P e Q sono gli estremi del filo; 3 = se B uniforme e filo su un piano; l = lunghezza filo se rettilineo, altrimenti distanza fine-inizio)

4. Elettromagnetismo

Legge di Faraday: $f_{em}=-\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$

Ogni qualvolta il flusso del campo magnetico Φ(B) concatenato con un circuito varia nel tempo si ha nel circuito una forza elettromotrice indotta data dall'opposto della derivata del flusso nel tempo.

Corrente (x legge di Faraday): $i = \frac{f_{em}}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$

Legge di Lenz: l'effetto della forza elettromotrice indotta è sempre tale da opporsi alla causa che l'ha generata; pertanto la forza elettromotrice che si manifesta nel circuito è tale da produrre una corrente indotta i cui effetti magnetici si oppongono alle variazioni del flusso Φ(B) concatenato con il circuito stesso.

Induttanza: $L=\frac{\Phi(\vec{B})}{i}$

F.e.m. ai capi di un induttore: $f_{em}=-L\frac{di}{dt}$

Induttanza di una bobina: $L=\mu_0\frac{N^2}{l}S$

Energia immagazzinata in una bobina: $\Delta U=\frac{1}{2}L\,i^2$

5. Equazioni di Maxwell

M1. Legge di Gauss del campo elettrico: $\oint (\vec{E})\cdot\vec{u}_n d\,\Sigma = \frac{q}{\varepsilon_0}$

M2. Legge di Faraday-Neumann-Lenz: $\oint \vec{E}\cdot d\,\vec{s} = -\frac{d\,\Phi(\vec{B})}{dt}$

M3. Legge di Gauss del campo magnetico: $\oint \vec{B}\cdot u_n d\,\Sigma = 0$

M4. Legge di Ampère-Maxwell: $\oint \vec{B}\cdot d\,\vec{s} = \mu_0\left(i + \varepsilon_0 \frac{d\,\Phi(\vec{E})}{dt}\right)$

Velocità della luce nel vuoto: $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$

Relaz. tra i campi di un'onda elettromagnetica: $E = c\,B$, $\vec{E} \perp \vec{B}$

Relaz. tra lunghezza d'onda e frequenza: $\lambda\,f = c$

Indice di rifrazione: $n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$

Indice di rifrazione e velocità della luce: $v = \frac{c}{n}$

Scarica condensatore: $V_C = \frac{q}{C} = R\,i$, $i(t) = \frac{V_0}{R} e^{\frac{-t}{\tau}}$, $\tau = RC$

F.e.m. induttore: $f_{emi} = -L\frac{di}{dt} = Ri$, $i(t) = i_0 e^{\frac{-t}{\tau}}$, $\tau = \frac{L}{R}$

Circuito LC (ideale): $i(t) = A\sin(\omega t + \phi)$, $V_c(t) = \frac{q(t)}{C} = \omega LA\cos(\omega t + \phi)$

$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$; A e ϕ si determinano dalle condizioni iniziali.

→ Quadratura di fase – Circuito oscillante

Frequenza: $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ Periodo: $T = \frac{1}{\nu} = 2\pi\sqrt{LC}$

Circuito RLC (in serie): $i(t) = A\,e^{-\gamma t}\cos(\omega t + \phi)$

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$ $\gamma = \frac{R}{2L}$ (determina la velocità di oscillamento)

Costanti

$\varepsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$ (costante dielettrica del vuoto)
$c = 299792458\, m/s$ (velocità della luce nel vuoto)
$g = 9.80665\, m/s^2$ (accelerazione gravitazionale)
$e = 1.602177335 \cdot 10^{-19}\, C$ (carica elementare dell'elettrone)

Massa elettrone: $9.11 * 10^{-31}$
Massa protone: $1.67 * 10^{-27}$

Equazione somma/prodotto: $x^2 - sx + p = 0$