

Formulario Elettromagnetismo

1. Elettrostatica

Legge di Coulomb:
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}$$

Forza elettrostatica tra due cariche puntiformi; ϵ_0 = costante dielettrica del vuoto; q = cariche (in C); r = distanza (in m).

Campo elettrostatico:
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1^2} \vec{u}_1$$

Campo e.s. = forza e.s. F che agisce su una carica di prova q_0 , divisa per la carica q_0 stessa.

Campo e.s. di un sistema di cariche = somma dei campi e.s. prodotti dalle singole cariche.

Linee di forza del campo e.s.:

- in ogni suo punto tangente e concorde al campo e.s. in quel punto
- si addensano dove l'intensità del campo e.s. è maggiore
- non si incrociano mai, in quanto ogni punto di campo e.s. è definito univocamente e non può avere due direzioni distinte
- hanno origine dalle cariche positive e terminano sulle cariche negative

Forza elettromotrice (f.e.m. del campo elettrico):
$$f_{em} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

(non è una forza; se campo elettrostatico fem = 0 perchè forza conservativa)

Differenza di potenziale (d.d.p.) elettrostatico:
$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Relazione tra campo el. e potenziale:
$$E = - \frac{\Delta V}{\Delta s}$$

Legge di Gauss:
$$\Phi(\vec{E}) = \oint \vec{E} \cdot \vec{u}_n d\Sigma = \frac{1}{\epsilon_0} (\sum_i q_i)_{int} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

(il flusso del campo e.s. E prodotto da un sistema di cariche attraverso una superficie chiusa è uguale alla somma algebrica delle cariche elettriche contenute all'interno della superficie, divisa per ϵ_0 ; si misura in V/m)

Legge di Gauss:
$$\Phi(\vec{E}) = \frac{1}{\epsilon_0} \int_{\tau} dq$$

(campo generato da distrib. continua di cariche; τ = volume racchiuso da Σ)

2. Conduttori e correnti

Conduttore in equilibrio e.s.: $\vec{E} = 0$ (all'interno)

- l'eccesso di carica elettrica di un conduttore può stare solo sulla superficie del conduttore;
- il potenziale elettrostatico è costante su tutto il conduttore;
- il campo elettrostatico in un punto delle vicinanze della superficie del conduttore è perpendicolare alla superficie e ha intensità σ/ϵ_0 , con σ densità di carica superficiale in quel punto.

Teorema di Coulomb: $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{u}_n$ (u perpendicolare alla sup. in quel punto)

Conduttore cavo:

- la carica di un conduttore in equilibrio elettrostatico si distribuisce sempre e soltanto sulla superficie esterna, anche in presenza di una o più cavità all'interno del conduttore;
- il campo elettrostatico è nullo e il potenziale elettrostatico è costante in ogni punto interno alla superficie del conduttore, anche in presenza di cavità.
- il conduttore cavo costituisce uno schermo elettrostatico perfetto tra spazio interno e spazio esterno.

Capacità del condensatore: $C = \frac{q}{\Delta V}$

(dove $+q/-q$ è la carica presente sulle due armature e ΔV la d.d.p. tra le stesse; unità misura F = farad)

Condensatori in parallelo: $C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$

Condensatori in serie: $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$

Energia e.s. immagazzinata: $U_e = \frac{1}{2} C \Delta V^2$

Intensità di corrente (istantanea): $i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$

Densità di corrente: $\vec{j} = n_+ e \vec{v}_d$

(n_+ = elettroni / m³, dipende dal materiale; v_d = velocità di deriva)

Intensità di corrente: $i = \int_{\Sigma} \vec{j} \cdot \vec{u}_n d\Sigma$

(unità di misura A = ampere = C / s)

In particolare: $i = j \Sigma$, $j = \frac{i}{\Sigma}$

(se superficie ortogonale a j , cioè a v , e j ha lo stesso valore in tutti i punti di Σ)

La densità di corrente è la corrente che attraversa l'unità di superficie perpendicolare alla direzione del moto delle cariche.

Legge di Ohm: $V = Ri$, $R = \frac{V}{i}$, $i = \frac{V}{R}$

(legge di Ohm per i conduttori metallici)

Resistenza del conduttore: $R = \rho \frac{h}{\Sigma}$

(ρ = resistività del conduttore = $1/\sigma$; h = lunghezza; Σ = sezione; unità misura Ω ohm)

Effetti termici: $\rho = \rho_{20}(1 + \alpha \Delta t)$, $\alpha = \frac{1}{\rho_{20}} \frac{\Delta \rho}{\Delta t}$

(α = coefficiente termico; Δt = diff. di temperatura dai 20°)

Potenza elettrica dissipata: $P = \frac{dW}{dt} = Vi$

Lavoro per il passaggio di corrente: $W = Ri^2 t$

(corrente costante nel tempo; effetto Joule: l'energia necessaria viene assorbita dal conduttore, che si riscalda)

Resistori in serie: $R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$

Resistori in parallelo: $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$

F.e.m. generatore reale: $f_{em} = (r + R)i = R_T i$, $i = \frac{f_{em}}{R + r}$

D.d.p resistenza esterna: $V_A - V_B = Ri = f_{em} - ri$

Legge di Kirchhoff sui nodi: $\sum_{in} i_j = \sum_{out} i_k$

Legge di Kirchhoff sulle maglie: $\sum f_{emj} = \sum \Delta V_k = \sum R_k i_k$

3. Magnetismo

Forza di Lorentz: $\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$

(forza esercitata dal campo magnetico su una particella in movimento; se la particella è ferma non agisce nessuna forza; B = campo magnetico; q = carica sulla particella; v = velocità della particella)

Modulo Forza di Lorentz: $F = qv B \sin \theta$

(θ = angolo tra B e v; la direzione della forza è ortogonale al piano individuato dai vettori v e B, e il verso è determinato dalla "regola della vite" o "regola della mano destra", da v a B; se carica negativa è opposto)

Unità di misura del campo magnetico: T (tesla); G (gauss); 1 G = 10^{-4} T

Seconda legge elem. di Laplace: (1) $d\vec{F} = i d\vec{s} \times \vec{B}$ (2) $\vec{F} = i \int_P^Q d\vec{s} \times \vec{B}$ (3) $\vec{F} = i \vec{l} \times \vec{B}$

(1 = forza su un tratto infinitesimo di filo con corrente; 2 = P e Q sono gli estremi del filo; 3 = se B uniforme e filo su un piano; l = lunghezza filo se rettilineo, altrimenti distanza fine-inizio)

4. Elettromagnetismo

Legge di Faraday: $f_{em} = - \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$

Ogni qualvolta il flusso del campo magnetico $\Phi(B)$ concatenato con un circuito varia nel tempo si ha nel circuito una forza elettromotrice indotta data dall'opposto della derivata del flusso nel tempo.

Corrente (x legge di Faraday): $i = \frac{f_{em}}{R} = - \frac{1}{R} \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$

Legge di Lenz: l'effetto della forza elettromotrice indotta è sempre tale da opporsi alla causa che l'ha generata; pertanto la forza elettromotrice che si manifesta nel circuito è tale da produrre una corrente indotta i cui effetti magnetici si oppongono alle variazioni del flusso $\Phi(B)$ concatenato con il circuito stesso.

Induttanza: $L = \frac{\Phi(\vec{B})}{i}$

F.e.m. ai capi di un induttore: $f_{em} = -L \frac{di}{dt}$

Induttanza di una bobina: $L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S$

Energia immagazzinata in una bobina: $\Delta U = \frac{1}{2} L i^2$

5. Equazioni di Maxwell

M1. Legge di Gauss del campo elettrico: $\oint (\vec{E}) \cdot \vec{u}_n d\Sigma = \frac{q}{\epsilon_0}$

M2. Legge di Faraday-Neumann-Lenz: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$

M3. Legge di Gauss del campo magnetico: $\oint \vec{B} \cdot \vec{u}_n d\Sigma = 0$

M4. Legge di Ampère-Maxwell: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \left(i + \epsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} \right)$

Velocità della luce nel vuoto: $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$

Relaz. tra i campi di un'onda elettromagnetica: $E = cB$, $\vec{E} \perp \vec{B}$

Relaz. tra lunghezza d'onda e frequenza: $\lambda f = c$

Indice di rifrazione: $n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$

Indice di rifrazione e velocità della luce: $v = \frac{c}{n}$

Scarica condensatore: $V_C = \frac{q}{C} = Ri$, $i(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$, $\tau = RC$

F.e.m. induttore: $f_{emi} = -L \frac{di}{dt} = Ri$, $i(t) = i_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$, $\tau = \frac{L}{R}$

Circuito LC (ideale): $i(t) = A \sin(\omega t + \phi)$, $V_c(t) = \frac{q(t)}{C} = \omega LA \cos(\omega t + \phi)$

$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$; A e ϕ si determinano dalle condizioni iniziali.

→ Quadratura di fase – Circuito oscillante

Frequenza: $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ Periodo: $T = \frac{1}{\nu} = 2\pi\sqrt{LC}$

Circuito RLC (in serie): $i(t) = A e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \phi)$

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$ $\gamma = \frac{R}{2L}$ (determina la velocità di oscillamento)

Costanti

$$\varepsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} \text{ (costante dielettrica del vuoto)}$$

$$c = 299792458 \text{ m/s} \text{ (velocità della luce nel vuoto)}$$

$$g = 9.80665 \text{ m/s}^2 \text{ (accelerazione gravitazionale)}$$

$$e = 1.602177335 \cdot 10^{-19} \text{ C} \text{ (carica elementare dell'elettrone)}$$

$$\text{Massa elettrone: } 9.11 \cdot 10^{-31}$$

$$\text{Massa protone: } 1.67 \cdot 10^{-27}$$

$$\text{Equazione somma/prodotto: } x^2 - sx + p = 0$$